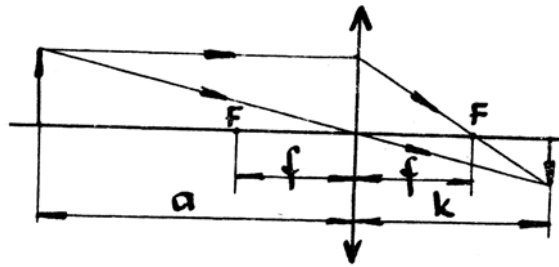


**Tallinna Tehnikaülikool  
Füüsikainstituut**

Üliõpilane: RAIT RAND	Teostatud: 27.10.2009
Rühm: YAFM	Kaitstud:
Töö nr: 1	O.T.
Töö eesmärk: Õhukese koondava ja hajutava läätse fookuskauguste määramine	Töövahendid: Optiline pink valgusallika, ekraani ning läätsehoidjaga, õhukesed nõgus ja kumerläätsed, pikksilm

# 1. Õhukese koondava läätsse fookuskauguse arvutamine läätsse valemi põhjal



Joonis nr. 1

Õhukese koondava läätsse korral on eseme kaugus  $a$ , kujutise kaugus  $k$  ning fookuskaugus  $f$  seotud

valemiga:  $\frac{1}{a} + \frac{1}{k} = \frac{1}{f} \Rightarrow f = \frac{ak}{a+k}$

Eeldades et tegu on riskülikjaotusega leian mõõteriista standardhälve  $u(x_i) = \frac{a_i}{\sqrt{3}}$  (normaaljaotuse

lähend katvusega 99,73%). Kuna vähim ühik on 1mm siis mõõteriista hälve on  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  mm

Fookuskauguse määramatuse tundlikkuse leidmiseks võtan avaldisest  $f$  osatuletised valemist

$$f = \frac{ak}{a+k} \text{ saan } \frac{\partial f}{\partial a} = \frac{k^2}{(a+k)^2} \quad \frac{\partial f}{\partial k} = \frac{a^2}{(a+k)^2}$$

Fookuskauguse  $f$  määramatus avaldub siis  $\Delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial a} \Delta a\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial k} \Delta k\right)^2}$

Kuna kordusmõõtmised on sõltumatud, siis keskmine määramatus on määramatuste ruutkeskmine.

Katse	a (mm)	k (mm)	f (mm)	Määramatus (mm)
1	120	350	89,36170	0,322374
2	160	195	87,88732	0,210002
3	180	175	88,73239	0,204246
4	105	635	90,10135	0,425290
5	115	425	90,50926	0,358584
<b>Keskmine</b>			<b>89,31841</b>	<b>0,141308</b>

Tabel nr. 1

Tabelis nr. 1 kasutatud  $f$  leidmiseks valemit:  $f = \frac{ak}{a+k}$

Fookuskauguse aritmeetilise keskmise standardmääramatus on  $u(x_i) = t_{n\beta} \cdot \frac{s(x_i)}{\sqrt{n}}$  kus lugejaks on

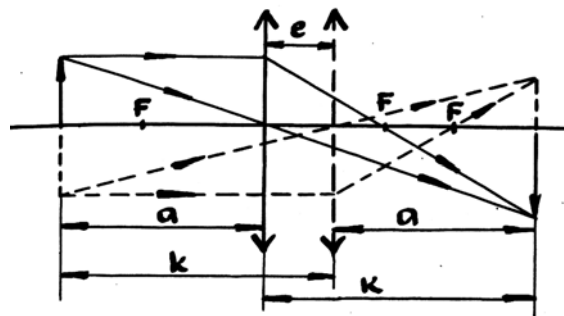
standardhälve mis avaldub:  $s(x_i) = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^i (x_{ij} - \bar{x}_i)^2}$ ,  $t_{n\beta} = 2,8$  ning  $u(x_i) = 1,32mm$

Kogu määramatuse saamiseks võtan saadud määramatuste ruutkeskmise, kasutades valemit

$$f = \frac{ak}{a+k} \text{ saan fookuskauguse tulemuseks: } f = (89,3 \pm 1,3) \text{ mm}$$

Lisaks arvutatud määramatusele lisandub veel instrumentide vales käsitlemisest tulenev määramatus.

## 2. Õhukese koondava läätse fookuskauguse arvutamine Besseli meetodiga



Joonis nr. 2

Besseli meetodiga avaldub läätse fookuskaugus järgnevalt:  $f = \frac{l^2 - e^2}{4l}$  kus  $l = a + k$

Kuna  $l$  ja  $e$  tulemused saan 2 mõõtmise tulemusena ning liitmise või lahutamise tehtega, siis

määramused avalduvad:  $\Delta l = \sqrt{2(\Delta k)^2} = \sqrt{2 \frac{1}{3}} = \sqrt{\frac{2}{3}}$  mm  $\Delta e = \sqrt{2(\Delta k)^2} = \sqrt{\frac{2}{3}}$  mm

Fookuskauguse määramatuse tundlikkuse leidmiseks võtan avaldisest  $f$  osatuletised

$$\frac{\partial f}{\partial l} = \frac{e^2 + l^2}{4l^2} \quad \frac{\partial f}{\partial e} = -\frac{e}{2l} \quad \Delta f = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial e} \Delta e\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial l} \Delta l\right)^2}$$

Kuna kordusmõõtmised on sõltumatud, siis keskmine määramatus on määramatuste ruutkeskmine.

Katse	e (mm)	l (mm)	f (mm)	Määramatus (mm)
1	315	540	89,06250	0,362713
2	100	380	88,42105	0,243268
3	428	640	88,44375	0,402253
4	510	720	89,68750	0,421414
5	382	600	89,19833	0,387103
<b>Keskmine</b>			<b>88,96263</b>	<b>0,164923</b>

Tabel nr. 2

Tabelis nr. 2 väärtuse  $f$  leidmiseks kasutatud valemit:  $f = \frac{l^2 - e^2}{4l}$  Fookuskauguse aritmeetilise

keskmise standardmääramatus on  $u(x_i) = t_{n\beta} \cdot \frac{s(x_i)}{\sqrt{n}} = 0,672440$

Kogu määramatuse saamiseks võtan saadud määramatuste ruutkeskmise, kasutades Besseli

meetodi valemit  $f = \frac{l^2 - e^2}{4l}$  saan fookuskauguse tulemuseks:  $f = (89,0 \pm 0,7)$  mm

Lisaks arvutatud määramatusele lisandub veel instrumentide vales käsitlemisest tulenev määramatus.

## 3. Õhukese koondava läätse fookuskauguse määramine pikksilma abil

Pikksilma abil fookuskauguse määramisel saan mõõtetulemuseks fookuskauguse.

Katse	f (mm)
1	91
2	96
3	98
4	99
5	94
<b>Keskmine</b>	<b>95,6</b>

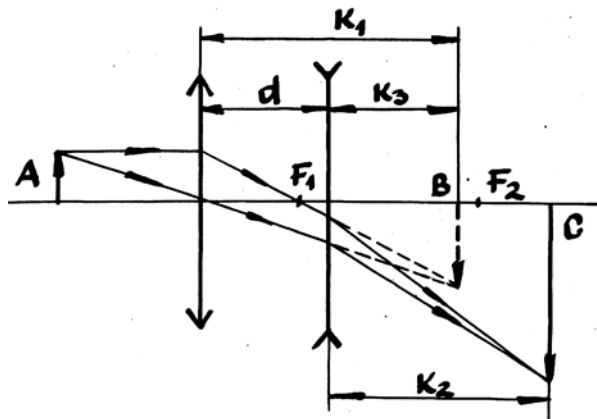
Tabel nr. 3

Mõõtmisest tingitud määramatus on  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  mm ning fookuskauguse aritmeetilise keskmise

standardmääramatus on  $u(x_i) = t_{n\beta} \cdot \frac{s(x_i)}{\sqrt{n}} = 4,02 \text{ mm}$

Kogu määramatuse saamiseks võtan saadud määramatuste ruutkeskmise ja fookuskauguse tulemuseks saan:  $f = (95,6 \pm 4,1) \text{ mm}$

#### 4. Õhukese hajutava läätse fookuskauguse arvutamine läätse valemi põhjal



Joonis nr. 4

Hajutava läätse fookuskaugus läätse valemi põhjal avaldub järgnevalt:  $f_2 = \frac{k_2(k_1 - d)}{k_2 - k_1 + d}$

Fookuskauguse määramatuse tundlikkuse leidmiseks võtan avaldisest  $f$  osatuletised

$$\frac{\partial f_2}{\partial k_2} = \frac{(d - k_1)^2}{(d - k_1 + k_2)^2} \quad \frac{\partial f_2}{\partial k_1} = \frac{k_2^2}{(d - k_1 + k_2)^2} \quad \frac{\partial f_2}{\partial d} = \frac{k_2^2}{(d - k_1 + k_2)^2}$$

$$\Delta f_2 = \sqrt{\left(\frac{\partial f_2}{\partial k_1} \Delta k_1\right)^2 + \left(\frac{\partial f_2}{\partial k_2} \Delta k_2\right)^2 + \left(\frac{\partial f_2}{\partial d} \Delta d\right)^2}$$

Katse	k1 (mm)	k2 (mm)	d (mm)	f2 (mm)	Määramatus (mm)
1	360	395	265	125,08333	1,416671
2	230	205	162	101,75182	1,833713
3	164	89	115	109,02500	4,133975
4	265	127	200	133,14516	3,484204
5	290	140	232	99,02439	2,397495
<b>Keskmine</b>				<b>113,60594</b>	<b>1,270384</b>

Tabel nr. 4

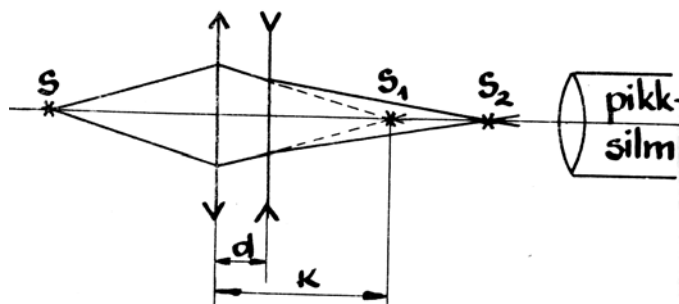
Mõõtmisest tingitud määramatus on  $\frac{1}{\sqrt{3}}$  mm ning fookuskauguse aritmeetilise keskmise

standardmääramatus on  $u(x_i) = t_{n\beta} \cdot \frac{s(x_i)}{\sqrt{n}} = 18,65 \text{ mm}$

Kogu määramatuse saamiseks võtan saadud määramatuste ruutkeskmise, kasutades valemit

$f_2 = \frac{k_2(k_1 - d)}{k_2 - k_1 + d}$  saan fookuskauguse tulemuseks:  $f = (113 \pm 18) \text{ mm}$

## 5. Õhukese hajutava läätsse fookuskauguse määramine pikksilma abil



Joonis nr. 5

Hajutava läätsse fookuskaugus läätsse valemi põhjal avaldub järgnevalt:  $f = k - d$

Fookuse määramatus mõõtmise tagajärjel on ruutkeskmine  $k$  ja  $d$  mõõtemääramatusest.

katse	k (mm)	d (mm)	f (mm)	Määramatus (mm)
1	172	48	124	
2	151	65	86	
3	181	41	140	
4	204	68	136	
5	141	44	97	
<b>Keskmine</b>			<b>116,60000</b>	<b>0,816497</b>

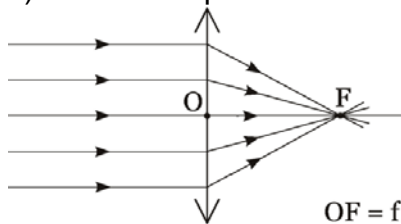
Tabel nr. 5

Fookuskauguse aritmeetilise keskmise standardmääramatus on  $u(x_i) = t_{n\beta} \cdot \frac{s(x_i)}{\sqrt{n}} = 30,02\text{mm}$

Kogu määramatuse saamiseks võtan saadud määramatuste ruutkeskmise ning kasutades valemit  $f = k - d$  saan fookuskauguse tulemuseks:  $f = (116 \pm 30) \text{mm}$

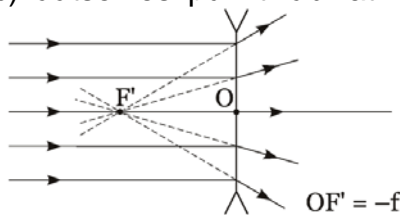
## Vastused

- Lääts on läbipaistvast aineest keha, mis koondab või hajutab valgust. Läätsi liigitatakse kumer ja nõguslääts. Kumerlääts on kesktelt paksem, nõguslääts on aga kesktelt õhem kui servast. Kumerlääts koondab valgust, nõguslääts hajutab valgust.
- Lääts optiline telg on sirge, mis on risti lääts pindadega ning on pindade moodustajate sümmeetriateljeks. Optilisel teljel asuvad lääts peapunktid. Optilise süsteemi optiline telg läbib sisendapertuuri ja väljundapertuuri tsentreid.  
Optiline keskpunkt : Lääts optiline keskpunkt on punkt lääts optilisel peateljel, mida kiir läbib oma suunda muutmata  
Fookus: fookus on punkt optilisel peateljel, mida läbivad peateljega paralleelsed kiired pärast murdumist läätses  
Fokaaltasand: Tasandit, mis läbib fookust ja on risti optilise peateljega, nimetatakse fokaaltasandiks.
- Lääts optiliseks tugevuseks nim. Lääts fookuskauguste pöördväärtus. Ühik: dioptria.
- Lääts fookuskaugus sõltub lääts kõverusraadiustest ning lääts valmistamise materjalist.
- Koondav lääts: Koondava lääts puhul kasutatakse vähemalt kahte järgnevatest kolmest kiirest kujutise konstrueerimiseks:
  - optilise peateljega paralleelset kiirt, mis pärast lääts läbimist läbib fookuse
  - fookust läbivat kiirt, mis pärast lääts läbimist on optilise peateljega paralleelne
  - lääts keskpunkti läbivat kiirt, mis pärast lääts läbimist suunda ei muuda

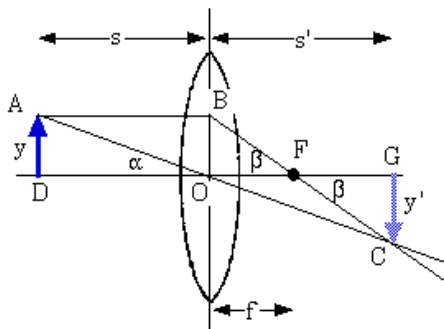


Hajutav lääts: Hajutava lääts puhul kasutatakse vähemalt kahte järgnevatest kolmest kiirest kujutise konstrueerimiseks :

- optilise peateljega paralleelset kiirt, mis pärast lääts läbimist suundub nii, et selle pikendus läbib näiva fookuse
- näivasse fookusse suunatud kiirt, mis pärast lääts läbimist on optilise peateljega paralleelne
- lääts keskpunkti läbivat kiirt, mis pärast lääts läbimist suunda ei muuda.



- Näiv kujutis tekib siis, kui kujutise saamiseks lõikavad kiirte pikendused. Näivat kujutist ei ole võimalik jälgida.
- Lääts valemite tuletamine sai tehtud 04.märtsi loengus.



Sarnased kolmnurgad on AOD ja COG, vastavalt sarnaste kolmnurkade reegli järgi on nende kolmnurkade külje suhted samad, seega:  $\frac{AD}{DO} = \frac{CG}{GO}$  ehk  $\frac{y}{s} = \frac{y'}{s'}$

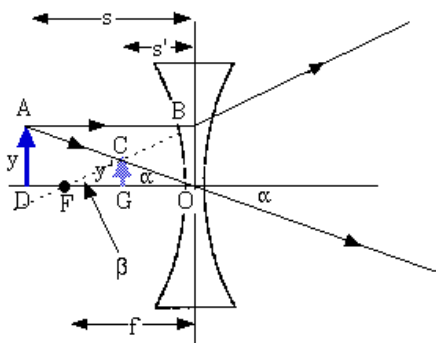
Samuti on sarnased kolnurgad CGF ja BOF, seega:  $\frac{CG}{GF} = \frac{BO}{OF} = \frac{AD}{OF}$  ehk  $\frac{y'}{s'-f} = \frac{y}{f}$

Saadud kahest valemist saame kokku:  $\frac{s'-f}{f} = \frac{s'}{s}$  jagades mõlemat poolt läbi  $s'$  saame

$$\frac{1}{s} = \frac{1}{f} - \frac{1}{s'}$$
 mis ongi läätsse valem

8. Joonise nr. 2 põhjal on valem  $f = \frac{l^2 - e^2}{4l}$  tuletatud praktikumi juhendis lk. 57

9. Õhukese hajutava läätsse fookuskauguse valem



Sarnased kolmnurgad on AOD ja COG, vastavalt sarnaste kolmnurkade reegli järgi on nende kolmnurkade külje suhted samad, seega:  $\frac{AD}{DO} = \frac{CG}{GO}$  ehk  $\frac{y}{s} = \frac{y'}{s'}$

Samuti on sarnased kolnurgad CGF ja BOF, seega:  $\frac{CG}{GF} = \frac{BO}{OF} = \frac{AD}{OF}$  ehk  $\frac{y'}{f-s'} = \frac{y}{f}$

Saadud kahest valemist saame kokku:  $\frac{f-s'}{f} = \frac{s'}{s}$  jagades mõlemat poolt läbi  $s'$  saame

$$\frac{1}{s} = \frac{1}{s'} - \frac{1}{f}$$
 mis ongi läätsse valem

10. Sfääriline aberratsioon tuleneb sellest, et kiired mis läbivad läätsse ääri ja läätsse keskunkti ei murdu ühte ja samasse punkti. Sfäärilist aberratsiooni on võimalik minimaliseerida, kasutades tasakumerat läätsse kus kumer pool peab jääma objekti poole.

11. Kromaatilise aberratsioon : Kui optilisele süsteemile langev valgus ei ole monokromaatiline, tekivad täiendavad kujutise moonutused. Fookuskaugused erinevate lainepikkuste jaoks on erinevad. Kromaatilise aberratsiooni vähendamiseks tuleb kasutada paljudest erinevatest läätsedest koosnevaid süsteeme.