

TTÜ

Füüsikaliste protsesside modelleerimine
YFR0310

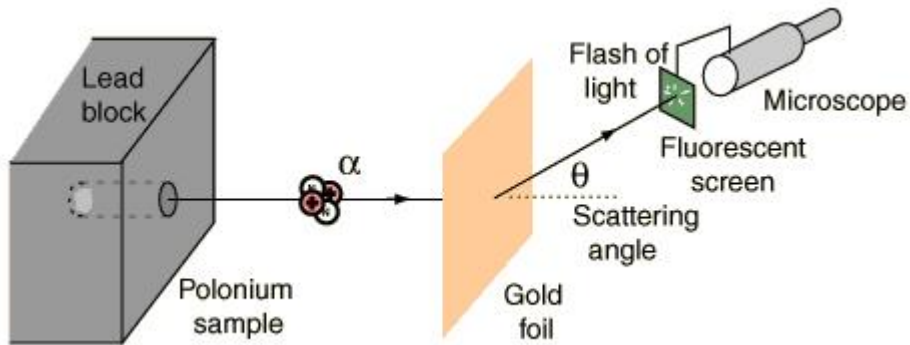
Ainetöö:

Rutherfordi mudel

Üliõpilane: Rait Rand
Õppejõud: M. Klopov

1. Rutherfordi eksperiment

Aastal 1909 Ernest Rutherford ja tema õpilased Hans Geiger ja Ernest Marsden viisid läbi eksperimendi milles selgus, et õhukese metallplaadi läbinud α -osakesed ei liikunud edasi mitte otse vaid olid oma algsest trajektoorist kõrvale kallutatud (Joonis nr. 1).



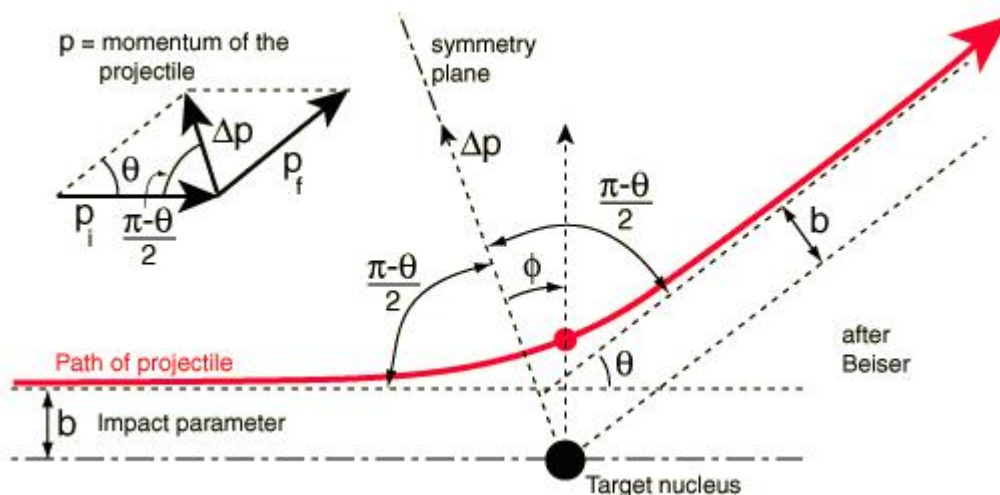
Joonis nr. 1

Hiljem eksperimenti täiustades selgus, et mõned osakesed liiguvad lausa tuldud teed tagasi.

Selgus, et kui laetud α -osake saata nn. Thomsoni aatomi mudeli suunas siis ta läbib selle kergelt suunda muutes. Kui aga α -osake saata väga väikese ainult positiivselt laetud tuuma suunas, siis vähesed α -osakesed liikusid tuumale lähedale, kuid ükski ei läbinud tuuma. Uus aatomi mudel oli defineeritud.

2. α -osakeste hajumise geomeetria

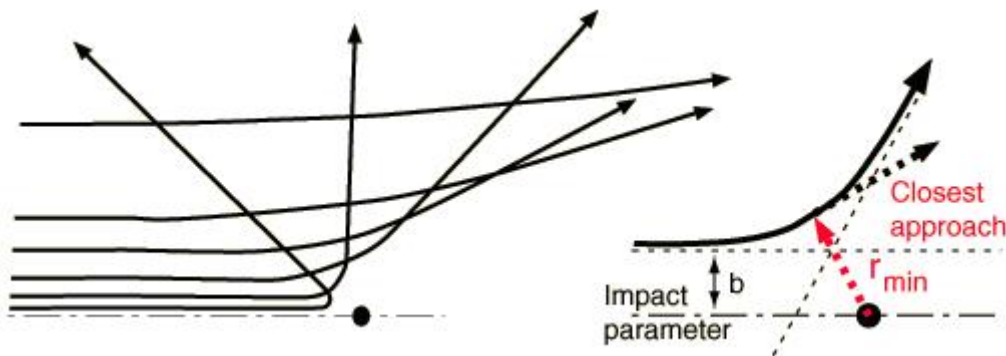
Vastavalt α -osakeste aatomi tuumast eemale tõukavale Coulombi jõule tekib α -osakesel hüperboolne trajektoor (Joonis nr. 2).



Joonis nr. 2

3. α -osakese liikumise parameetrite arvutamine

Vastavalt hajumise nurgale (θ) ning momendile saab arvutada vastastikmõju parameetri (b) ning vähima kauguse tuumast (R_{\min})



Joonis nr.3

Vastastikmõju parameeter avaldub valemist:

$$b = \frac{Z_1 Z_2 k e^2}{m v_0^2} \cot \frac{\theta}{2}$$

Z_1, Z_2 - aatomi number (heeliumi aatomi number on 2, kullal näiteks 79)

k – elektrostaatika konstant e. Coulombi konstant ($8,9876 \cdot 10^9 \text{ N m}^2 \text{ C}^{-2}$)

e – elektroni laeng ($1.60217646 \cdot 10^{-19}$)

m - α -osakese mass ($6,64 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$)

v_0^2 - α -osakese kiirus (Rutherfordi algses katses $2,0 \cdot 10^7 \text{ m/s}$)

θ - α -osakese hajumisnurk

Kirjutades välja lugejas oleva avaldise $Z_1 Z_2 k e^2$ vastavalt $Z_1 e Z_2 e k$ saame kirjutada lugajaks $q_1 q_2 k$ kus q_1 ja q_2 on vastavalt α -osakese laeng ja tuuma laeng.

Saadud valem seega avaldatuna hajumisnurga jaoks on

$$\theta = 2 \arctan \left(\frac{Z_1 Z_2 k e^2}{m v_0^2 b} \right)$$

4. Fortrani programmi koodi kirjeldus ning üles-ehitus

4.1. Kasutatav kompileerimise tarkvara

Fortran 95 kelle kompilaatorina kasutasin Windows keskkonnal

põhinevat firma Silverfrost kompilaatorit **Plato3 version 3.50**

Graafikute kuvamiseks kasutasin paketti simdem ning täpsemalt graafilist lahendust simdem46

4.2. Fortrani projektis sisalduvad failid

Peaprogramm – rutherford.f95

Alammoodul – graafik.f95

Tugimoodulid – w_clearwin.dll

w_graphics.dll

w_menus.dll

4.3. Graafiku kuvamise muutujad

Graafik moodustatakse 3 punkti järgi.

Punkt. 1 : α -osakese punkt algtrajektoril

Punkt. 2 : α -osakese suuna muutmise punkt

Punkt. 3 : α -osakese punkt lõpptrajektoril

4.4. Graafiku punktide arvutuslik pool

Graafiku 1. punkt on määratud järgnevate koordinaatidega (0,B) kus B on kaugus tuuma keskpunktist

Graafiku 2. punkt on avaldub (x, B) kus x avaldub valemist

$$200 \cdot \Delta B - (\text{radius} - \sqrt{(\text{radius} \cdot \text{radius}) - (B \cdot B)})$$

Valemi selgitus:

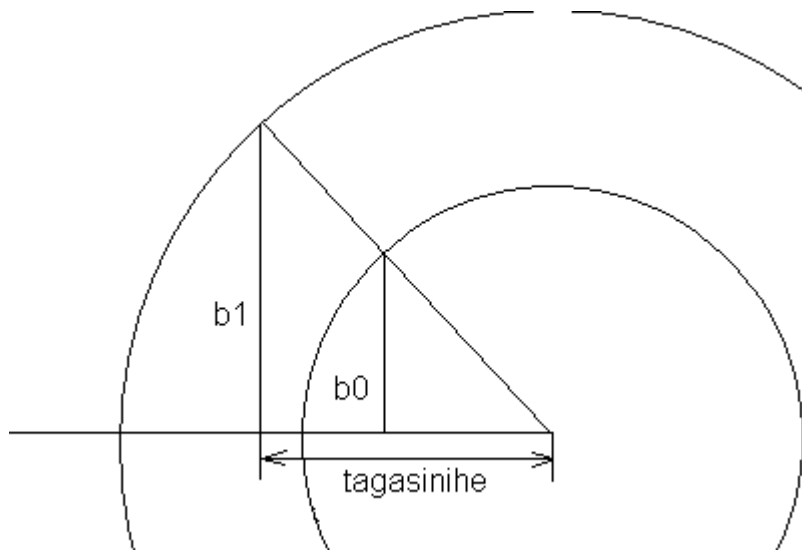
Punkt on nihutatud algasendist $200 \cdot \Delta B$ võrra edasi mööda x-telge. Kasutan muutuvat väärtust, et graafiku resolutsioon oleks olenevata ΔB väärtusest loetavas suuruses.

radius on teoreetiline lähim punkt kuhu α -osake jõuab lähenedes tuumale, trajektooriga mis on tuuma keskpunktis nihkes B võrra ning saadakse avaldisest mis tuleneb lihtsast geomeetriast:

$$\text{radius} = \frac{B \cdot \cos(\text{ksii}/2)}{1 - \sin(\text{ksii}/2)}$$

Tagasinihe $-(\text{radius} - \sqrt{(\text{radius} \cdot \text{radius}) - (B \cdot B)})$

tuleneb pythagorose teoreemist, kui meil on teada 2 üksteise sees olevat ringjoont millel on sama keskpunkt vt. Joonis nr. 4.



Joonis nr. 4.

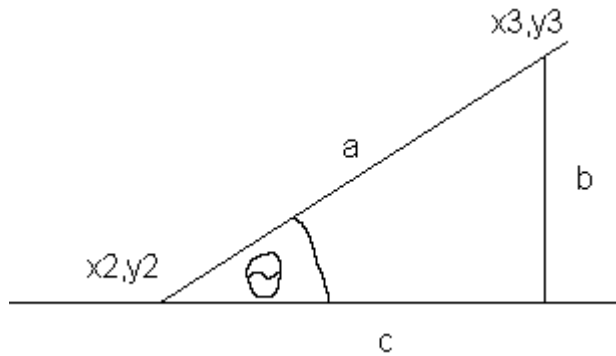
Graafiku 3. punkt avaldub (x3,y3), kus

$$x_3 = x_2 + (150 \cdot \Delta B \cdot \cos(\text{ksii}))$$

150 $\cdot\Delta B$ on hüpotenuusi pikkus vt. Joonis nr. 5 ning x3 on vastavast kolmnurgast nurga θ lähiskaatet mille saab avaldada koosinuse ning hüpotenuusi kaudu

$$y_3 = B + (150 \cdot \Delta B \cdot \sin(\text{ksii}))$$

Kus B on kaugus nullpunktist (tuuma keskpunktist) ning 150 $\cdot\Delta B$ hüpotenuusi pikkus ning kaatet b avaldub siis siinuse ja hüpotenuusi kaudu vt. Joonis nr. 5



Joonis nr. 5

4.5. α -osake lähim kaugus tuumani on saadud järgnevast piirprotsessi avaldisest:

$$R_{\min} = \lim_{\theta \rightarrow 180} \frac{Z_1 Z_2 k e^2}{m v_0^2} \cot \frac{\theta}{2} = \frac{Z_1 Z_2 k e^2}{m v_0^2}$$

4.6. Sisend ja väljund failid

Parameetrite sisse lugemine toimub failist nimega *rutherford.in*
 Programmis konstantidele määratud muutujad ning järjekord failis on järgnev:

Z1

Z2

v

B0 – graafiku joonistamiseks 1. α -osake mis graafikule kantakse
 deltaB – nihe millega järgmise α -osakese hajumise nurk arvutatakse
 nB - α -osakeste arv millele hajumisnurk arvutatakse

Näidisenä faili sisu:

2

79

2.E7

12.E-39

1.E-17

130

Väljundfail on *rutherford.out* ning sisaldab: algkiirus (V), α -osakese aatomi number (Z1), tuuma aatomi number (Z2), ning arvutatud väärtuste massivi kaugus tuumast (B), hajumise nurk (Rad), hajumise nurk (Deg)

Näidisenä faili sisu:

V= 2.000000E+07 Z1= 2.00000 Z2= 79.0000

B Rad Dec

1.200000E-38 3.14159 180.000

4.7. Saadud väljund graafiku näol

Rutherfordi meetod

